

文章编号:1000-8055(2011)05-1128-07

基于 BP 神经网络的金属橡胶 本构关系的预估方法

李宇燕¹, 黄协清², 李福林²

(1. 西安工业大学 机电工程学院, 西安 710032;

2. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049)

摘 要: 采用 BP(back propagation)神经网络算法对金属橡胶的本构关系系数进行学习训练,对 BP 神经网络做了比较详细的介绍,讨论了如何运用神经网络去预估金属橡胶的非线性本构关系系数,选择了 BP 神经网络参量,通过对金属橡胶的静态压缩实验数据进行参数识别,获得仅材料密度变化、材料密度和形状因子两种因素同时变化两种情况的 BP 神经网络预估模型,从而实现了金属橡胶材料非线性本构关系的预估,通过实验进行验证,发现理论与实验结果吻合较好,说明采用 BP 神经网络预估金属橡胶材料的非线性本构关系是可行的。

关 键 词: 金属橡胶; 本构关系; BP(back propagation)神经网络; 密度; 形状因子

中图分类号: TG146.1

文献标志码: A

Prediction for constitutive relationship of metallic rubber based on BP neural net

LI Yu-yan¹, HUANG Xie-qing², LI Fu-lin²

(1. School of Mechatronic Engineering,
Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China;

2. School of Mechanical Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Coefficients of constitutive relationship for metallic rubber were studied and trained by BP (back propagation) neural net. BP neural net was introduced elaborately, and how to predict coefficients of constitutive relationship by BP neural net was discussed. BP neural net parameters were chosen. Through parameter identification of static experimental data of metallic rubber, BP neural net models were obtained in two cases, including: various densities, various shape factors and densities; and further prediction for the nonlinear constitutive relationship was realized. The experiments prove that the theory agrees with the experiment, indicating that the method of predicting nonlinear constitutive relationship of metallic rubber is feasible.

Key words: metallic rubber; constitutive relationship;

BP (back propagation) neural net; density; shape factor

收稿日期:2010-04-19; 修订日期:2010-06-28

基金项目:国家自然科学基金(50805112)

作者简介:李宇燕(1974—),女,内蒙古乌海人,副教授,博士,研究方向:振动与噪声控制. E-mail:liyuyan@xatu.edu.cn

人工神经网络能够描述任意复杂的非线性过程^[1-2].近些年来,随着科技的进步,在预估材料性能领域人工神经网络受到越来越广泛的重视,由于人工神经网络可以模拟复杂的非线性模型,可以对特征向量进行复杂的计算和非线性映射,因此避免了复杂的处理和建模.金属橡胶材料本构关系是非线性的,它的复杂性主要表现为^[3]:金属橡胶材料具有普通橡胶的结构,恢复力中有相当一部分来自金属丝间的摩擦、滑移、挤压等材料细观力学行为,其次卷成螺旋形的金属丝互相勾连在一起,使材料结构变得复杂起来,因此金属丝的连接方式对该材料的本构关系也有一定的影响.考虑到金属橡胶材料本构关系的复杂性,基于神经网络优越的非线性处理能力,并且神经网络中BP(back propagation)神经网络具有系统和完整的算法,是应用最为广泛的模型,因此有必要以BP神经网络为基础对金属橡胶材料的本构关系进行研究.

本文以金属橡胶本构关系的理论模型为基础,对实验所得的数据进行拟合,得到仅材料密度变化、材料密度和形状因子两种因素同时变化这两种情况下金属橡胶非线性本构关系的系数值,再利用BP神经网络对拟合的本构关系系数值进行训练学习,建立网络模型,最后通过所建立的神经网络模型预估未知的系数值,从而可以预估仅材料密度变化、材料密度和形状因子两种因素同时变化这两种情况下金属橡胶材料的本构关系.

1 金属橡胶本构关系的理论模型

由文献[3-6]可知,加载情况下金属橡胶材料的非线性本构关系为

$$F = A \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L \rho_s^2} \right] X + B \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L^2 \rho_s^2} \right] X^2 + C \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L^3 \rho_s^2} \right] X^3 \quad (1)$$

卸载情况下金属橡胶材料的非线性本构关系为

$$F = D \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L \rho_s^2} \right] X + G \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L^2 \rho_s^2} \right] X^2 + H \left[\frac{Ehd^4 S \rho^{*2}}{192 d_s^5 L^3 \rho_s^2} \right] X^3 \quad (2)$$

其中A,B,C,D,G,H为系数; ρ^* 为金属橡胶材料的密度; ρ_s 为制作金属橡胶所采用的丝线的密度;E为制作金属橡胶所采用的丝线的弹性模量; d_s 为丝线螺旋卷直径;d为丝线直径;h为丝线螺

距;F,S,X,L分别为对材料施加的载荷、材料承载面积、材料压缩量、材料初始高度.其中A,B,C,D,G,H这6个系数的预估是对材料本构关系理论描述的关键所在.

2 BP神经网络的工作原理

BP神经网络^[7-10]通常是指基于误差反向传播的多层前向神经网络,它是Rumelhart D E和McClelland J L及其研究小组在1986年研究并设计出来的.BP算法已成为目前应用最为广泛的神经网络学习算法,据统计有近90%的神经网络应用是基于BP算法的.BP算法的神经元采用的传递函数通常是Sigmoid型可微函数,所以可以实现输入和输出间的任意非线性映射,这使得它在诸如函数逼近、模式识别、数据压缩等领域有着更加广泛的应用.BP神经网络结构如图1所示.

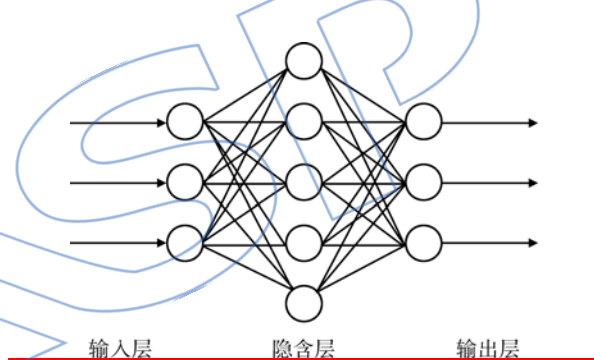


图1 BP神经网络结构图

Fig. 1 Structure of BP neural net

3 基于BP神经网络的金属橡胶本构关系的预估方法

金属橡胶的本构关系系数与材料密度、形状因子的关系式,难以用准确的数学模型进行描述.本文准备以BP神经网络为基础对本构关系系数进行预估,从而得到金属橡胶的本构关系.下面介绍BP神经网络预估金属橡胶材料本构关系的方法.

1) 样本输入及选择

样本分为输入样本和目标样本.输入样本就是金属橡胶材料的密度、形状因子(形状因子 α 定义为材料初始高度L与材料承载面积S之比,可表示为 $\alpha = \frac{L}{S}$).而目标样本即是金属橡胶的本构关系系数.它们的输入方式都是一样的,即以文本报告件的方式进行输入、导出,便于数据的批量处理.

2) 数据归一化处理

为了改善学习过程中的收敛速度和收敛误差,在训练前采用 `prestd` 函数对样本数据进行规范化处理,使数据的平均值为 0,标准差为 1. `Poststd` 函数为 `prestd` 函数的逆过程,训练和仿真结束后,采用 `poststd` 函数将数据还原为原始单位.

3) 网络参数的确定

网络参量^[7-10]涉及 6 个部分,它们分别是隐含层、隐含层神经元数目、训练函数、学习函数、传递函数和训练参数的选择.

本文编制了只有一个隐含层的 BP 神经网络.默认的神元数目为 10.训练函数采用 Levenberg-Marquardt 优化函数.选择了两个学习函数:权重和偏置的梯度下降函数(`learngd`)以及它的加强版带动量的权重和偏置的梯度下降函数(`learndm`).预估系统共有 3 个传递函数可以选择:双曲线正切 S 型(Sigmoid)传递函数 `tansig`、对数 S 型(Sigmoid)传递函数 `logsig` 以及线性传递函数 `purelin`,最后一层的传递函数为 `purelin`.网络学习精度(实际输出与期望输出的接近度)随着误差的减小、训练次数的增加而提高,在本文中可以灵活地调节训练参量.

4) 网络的训练

在输入样本和目标样本输入预估系统并且归一化处理后,进一步确定网络参量,接着就创建一个 BP 神经网络,所有参量立即生效,训练网络时就会出现一个误差逼近曲线图.

5) 数据仿真

网络训练完成以后,接着可以进行数据仿真,即用数据来验证模型的可靠性.本文将通过金属橡胶的静态压缩实验数据进行参数识别,求得各项系数值与材料密度、形状因子的变化关系,从而实现对材料非线性本构关系的预估,进而用

实际算例验证建立的 BP 神经网络模型的有效性.

4 运用 BP 神经网络对金属橡胶材料本构关系的预估

4.1 材料密度变化时的金属橡胶材料本构关系的预估

4.1.1 样本数据的选取

对金属橡胶材料做静态实验,试件为未经热处理的空心圆柱形金属橡胶,试件的内半径 $r=5$ mm,外半径 $R=12.5$ mm,材料初始高度 $L=20$ mm,材料承载面积 $S=\pi(R^2-r^2)=765.76$ mm²,形状因子 $\alpha=0.0265$ mm⁻¹,材料密度 ρ^* 分别为 2.18, 2.43, 2.67, 2.91 g/cm³ (由文献[3, 11-12]的实验结果可知,当材料密度 $\rho^*=2.18\times 10^3\sim 2.91\times 10^3$ kg/m³ 时,材料的损耗因子最大,因此材料密度选取在 $2.18\times 10^3\sim 2.91\times 10^3$ kg/m³ 范围内).试件的金属丝牌号为 1Cr18Ni9Ti,丝线密度 $\rho_s=7.90$ g/cm³,丝线弹性模量 $E=198000$ MPa,丝线直径 $d=0.18$ mm,丝线螺旋卷直径 $d_s=1.7$ mm,丝线螺距 $h=1.7$ mm.静态实验采用的设备为 WDW-1002 型电子万能试验机,精度等级为 0.5 级,最大承载为 100 kN,载荷的测量能精确到 0.1 N,位移的测量能精确到 0.001 mm.对实验数据进行拟合可得材料本构关系的各项系数,结果如表 1 所示.

4.1.2 本构关系系数的网络训练学习

建立一个单隐层 BP 神经网络,1 个输入神经元代表金属橡胶材料的密度,6 个输出神经元节点代表加载和卸载的 6 个本构关系系数 A_{ρ^*} , B_{ρ^*} , C_{ρ^*} , D_{ρ^*} , G_{ρ^*} , H_{ρ^*} .采用表 1 中的实验数据为训练和预估样本.以 0.001 为误差目标,经过 89 次训练后,网络达到稳定.其误差逼近曲线图如图 2 所示.

表 1 四种金属橡胶材料的本构关系系数

Table 1 Coefficients of constitutive relationship for metallic rubber

试件密度/ (g/cm ³)	加载情况			卸载情况		
	A_{ρ^*}	$B_{\rho^*}/10^{-2}$	$C_{\rho^*}/10^{-4}$	D_{ρ^*}	$G_{\rho^*}/10^{-2}$	$H_{\rho^*}/10^{-4}$
2.18	0.175	-0.3614	0.7173	0.156	-0.6154	1.085
2.43	0.166	-0.3105	0.3567	0.134	-0.4117	0.5768
2.67	0.154	-0.2206	0.1579	0.094	-0.2517	0.2882
2.91	0.138	-0.0590	0.0812	0.018	-0.1269	0.1535

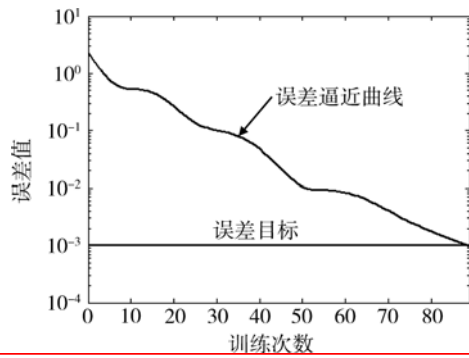


图2 误差逼近曲线图

Fig. 2 Curve of error approximation

将空心圆柱形金属橡胶4种密度试件的理论拟合迟滞回线与实验迟滞数据进行对比,对比结果如图3~图6所示.从图3~图6可知,理论拟

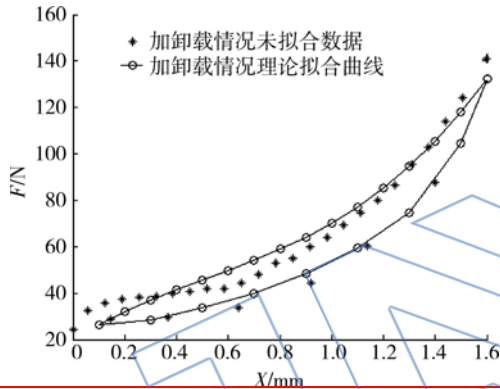


图3 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.18 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

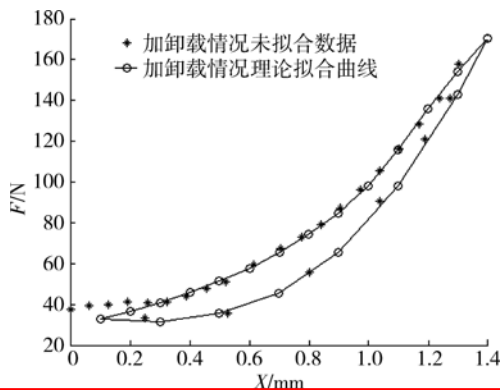
Fig. 3 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.18 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

图4 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.43 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

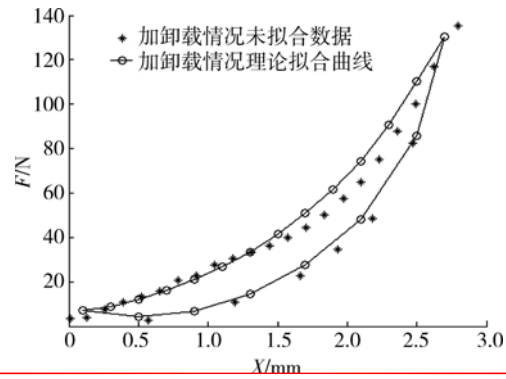
Fig. 4 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.43 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

图5 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.67 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

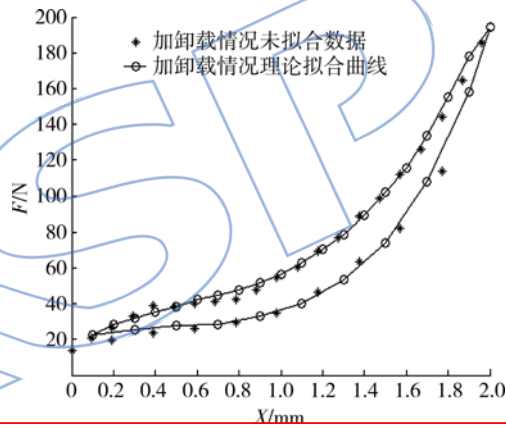
Fig. 5 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.67 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

图6 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.91 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

Fig. 6 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.91 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

合迟滞回线、实验迟滞数据两者吻合较好,说明金属橡胶材料的非线性本构系数预估结果可以预估密度变化时该材料的非线性本构关系。

4.1.3 算例验证

图3~图6在一定程度上能反映金属橡胶材料的非线性本构关系的理论预估方法的可行性,但还不能确定该方法对其他密度的金属橡胶材料非线性本构关系的理论预估也适用,也就是还不能确定该理论预估方法是否可靠和有效,因此还需进一步的验证。

为了验证金属橡胶材料非线性本构关系的系数识别结果的可靠性,选取了形状与前面两种金属橡胶材料相同,但在材料密度 $\rho^* = 2.18 \sim 2.91 \text{ g/cm}^3$ 范围内任取 $\rho^* = 2.51, 2.78 \text{ g/cm}^3$ 的两种

试件作为验证样本. 将两种材料密度值输入训练学习得到的神经网络, 可以得到 $\rho^* = 2.51, 2.78 \text{ g/cm}^3$ 下的 6 个系数值, 将两种密度的金属橡胶材料的非线性本构关系的各项系数值分别代入式 (1), (2) 中, 可得两种密度的金属橡胶材料的理论预估迟滞回线, 将理论预估迟滞回线和实验迟滞数据进行对比, 对比结果如图 7 和图 8 所示. 从图 7 和图 8 可知, 理论预估迟滞回线和实验迟滞数据两者吻合较好, 进一步说明运用训练网络可以预估金属橡胶材料的非线性本构关系.

为了扩大训练神经网络的应用范围, 提高网络精度, 需增加样本输入参数、增加训练样本数目, 因此下面以 BP 神经网络为基础对材料密度和形状因子两种影响因素同时发生变化时的本构关系进行预估.

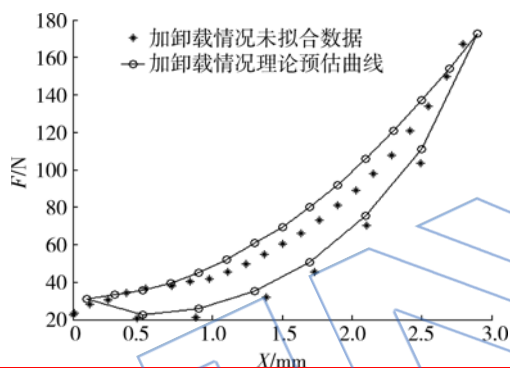


图 7 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.51 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

Fig. 7 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.51 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

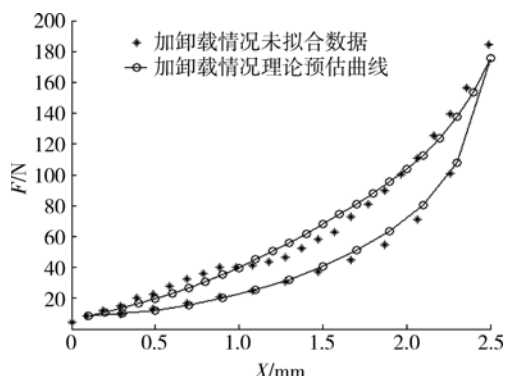


图 8 金属橡胶材料的力-位移关系

($\rho^* = 2.78 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

Fig. 8 Force-displacement relationship of metallic rubber ($\rho^* = 2.78 \text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0.0265 \text{ mm}^{-1}$)

4.2 材料密度和形状因子两种影响因素同时发生变化时本构关系的预估

4.2.1 样本数据的选取

试件为未经回火处理的空心圆柱形金属橡胶材料, 试件分类如表 2 所示, 其他参数和仅材料密度变化时的参数相同. 以金属橡胶材料本构关系的理论模型为基础, 本文采用表 2 中的第 1~21 个实验数据作为训练学习样本, 第 22 个和第 23 个实验数据作为验证样本.

4.2.2 本构关系系数的网络训练学习

建立一个单隐层 BP 神经网络, 4 个输入神经元分别代表金属橡胶材料密度 ρ^* 、材料的内径 d 、外径 D 、形状因子 α , 6 个输出神经元节点代表加载和卸载的 6 个本构关系系数 A, B, C, D, G, H .

以 0.001 为误差目标, 经过 285 次训练后, 网络达到稳定, 其误差逼近曲线图如图 9 所示.

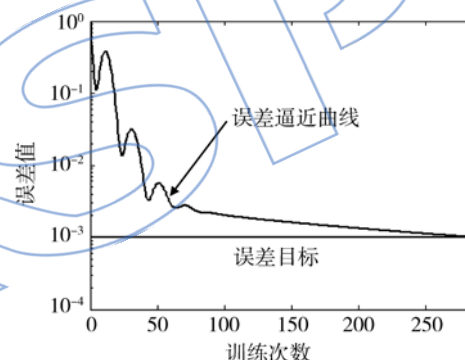


图 9 误差逼近曲线图

Fig. 9 Curve of error approximation

4.2.3 算例预估

预估材料密度和形状因子两种因素同时变化的金属橡胶试件的本构关系, 相对于形状因子一定、材料密度变化的情形要复杂得多, 预估的模型也会相对粗糙一些, 原因就是形状因子和密度同时变化属于二维问题.

将表 2 中的第 22 个和第 23 个数据作为验证样本, 即作为神经网络的输入样本, 得到相应的力-位移曲线, 图 10 和图 11 分别是第 22 个和第 23 个实验数据与预估数据的对比曲线. 从图 10 和图 11 可以看出, 理论预估曲线与实验数据曲线基本吻合, 说明运用 BP 神经网络算法预估材料密度和形状因子同时变化时的金属橡胶材料的本构关系是合理的、有效的. 由此可以证明该方法具有普遍的适用性.

表 2 金属橡胶试件的结构参数
Table 2 Structural parameters of metallic rubber

Classification	Initial height L/mm	Inner radius r/mm	Outer radius R/mm	Density $\rho^*/(\text{g}/\text{cm}^3)$	Loaded area S/mm^2	Shape factor α/mm^{-1}
1	8	13	49	2.91	7009	0.0012
2	8	13	36	2.91	3539	0.0023
3	8	36	49	2.91	3470	0.0025
4	10	6	25	3.1	1849.5	0.0054
5	10	6	35	3.1	3733.5	0.0027
6	10	6	45	3.1	6245.5	0.0016
7	10	6	55	3.1	9385	0.0011
8	15	13	36	2.91	3539	0.0042
9	15	36	49	2.91	3470	0.0043
10	15	28	36	2.91	1608	0.0093
11	15	6	25	3.1	1849.5	0.0081
12	15	6	35	3.1	3733.5	0.0040
13	15	6	45	3.1	6245.5	0.0024
14	15	6	55	3.1	9385	0.0016
15	15	13	49	2.91	7009	0.0021
16	20	6	25	3.1	1849.5	0.0108
17	20	6	35	3.1	3733.5	0.0054
18	20	6	45	3.1	6245.5	0.0032
19	20	6	55	3.1	9385	0.0021
20	25	6	25	3.1	1849.5	0.0135
21	25	6	35	3.1	3733.5	0.0067
22	25	28	36	3.1	1608	0.0155
23	20	12	45	3.1	5906.3	0.0034

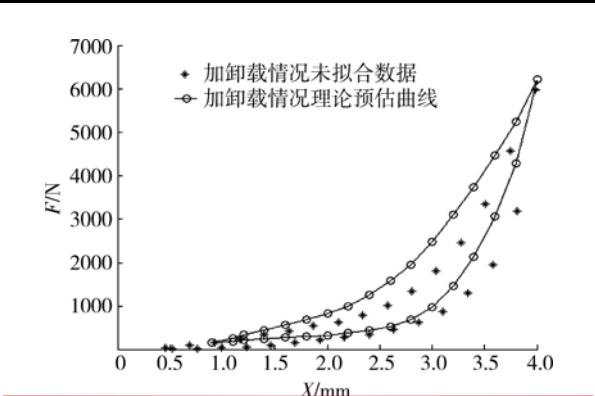


图 10 未经回火处理的金属橡胶材料的力-位移关系
($\rho^* = 3.1 \text{ g}/\text{cm}^3$, $\alpha = 0.0155 \text{ mm}^{-1}$)
Fig. 10 Force-displacement relationship of
untempered metallic rubber
($\rho^* = 3.1 \text{ g}/\text{cm}^3$, $\alpha = 0.0155 \text{ mm}^{-1}$)

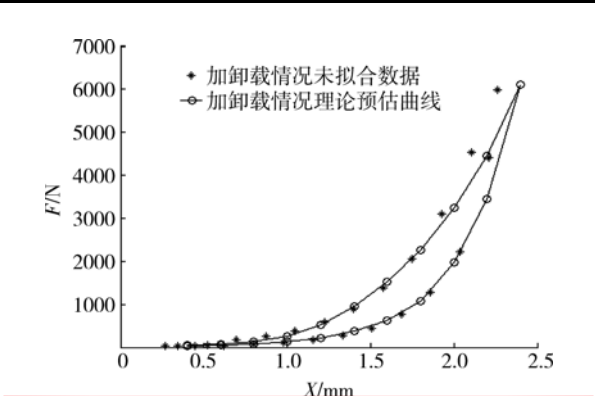


图 11 未经回火处理的金属橡胶材料的力-位移关系
($\rho^* = 3.1 \text{ g}/\text{cm}^3$, $\alpha = 0.0034 \text{ mm}^{-1}$)
Fig. 11 Force-displacement relationship of
untempered metallic rubber
($\rho^* = 3.1 \text{ g}/\text{cm}^3$, $\alpha = 0.0034 \text{ mm}^{-1}$)

5 结 论

对空心圆柱形金属橡胶材料做静态实验, 而对实验数据进行拟合, 可得仅材料密度变化、材料密度和形状因子两种因素同时变化这两种情况下材料本构关系的各项系数, 利用 BP 神经网络对拟合的本构关系系数值进行训练学习, 建立网络模型, 在仅材料密度变化、材料密度和形状因子两种因素同时变化这两种情况下分别选取了两种验证样本, 运用建立的 BP 神经网络对材料的本构关系进行了预估, 发现理论预估曲线与实验数据曲线基本吻合, 说明运用 BP 神经网络预估金属橡胶材料的本构关系是合理的、可靠的。

参考文献:

- [1] 杨昭, 刘燕, 苗志彬. 人工神经网络在天然气负荷预测中的应用[J]. 煤气与热力, 2003, 23(6): 331-333.
YANG Zhao, LIU Yan, MIAO Zhibin. Application of neural-network in natural gas load forecasting [J]. Gas & Heat, 2003, 23(6): 331-333. (in Chinese)
- [2] 许东, 吴铮. 基于 Matlab 6. X 的系统分析与设计——神经网络[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002: 23-180.
- [3] 李宇燕. 金属橡胶材料的非线性本构关系及系统振动响应的研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2006.
LI Yuyan. Investigation on nonlinear constitutive relationship and vibration response of system for metallic rubber [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2006. (in Chinese)
- [4] Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids: structures and properties[M]. 2nd ed. London: Cambridge University Press, 1997.
- [5] Ashby M F, Medalist R F M. The mechanical properties of cellular solids[J]. Metallurgical and Materials Transactions A, 1983, 14(9): 1755-1769.
- [6] Maiti S K, Gibson L J, Ashby M F. Deformation and energy absorption diagrams for cellular solids[J]. Acta Metal, 1984, 32(11): 1963-1975.
- [7] 陈守余, 周梅春. 人工神经网络模拟实现与应用[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 2000: 1-45.
- [8] 党建武. 神经网络技术及应用[M]. 北京: 铁道出版社, 1996: 56-64.
- [9] 陈明. 神经网络模型[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1995: 36-53.
- [10] 刘延年, 冯纯伯, 乔新. 多层前向 BP 网络函数逼近能力的研究[J]. 南京航空航天大学学报, 1994, 26(11): 34-39.
LIU Yannian, FENG Chunbo, QIAO Xin. Studies on approximation ability of multilayer feed-forward BP networks[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1994, 26(11): 34-39. (in Chinese)
- [11] 刘桥. 金属橡胶材料的非线性特性及其在航天减振器中的应用[D]. 西安: 西安交通大学, 1997.
LIU Qiao. Nonlinear characteristics and application in the respect of aerospace damper for metal-rubber[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 1997. (in Chinese)
- [12] 张俊华. 金属橡胶材料物理机械性能及阻尼特性理论与应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1999.
ZHANG Junhua. Investigation on theory and application of mechanical and damping characteristics of metal-rubber [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 1999. (in Chinese)